準1級

2次：数理技能検定

数学検定

実用数学技能検定®

［文部科学省後援］

〔検定時間〕120分

検定上の注意

1．自分が受検する階級の問題用紙であるか確認してください。
2．検定開始の合図があるまで問題用紙を開かないでください。
3．この表紙の右下の欄に，氏名・受検番号を書いてください。
4．解答用紙の氏名・受検番号・生年月日の記入欄は，もれのないように書いてください。
5．解答はすべて解答用紙（No. ４まであります）に書き，解法の過程がわかるように記述してください。ただし，問題文に特別な指示がある場合は，それにしたがってください。
6．問題１～５は選択問題です。２題を選択して，選択した問題の番号の◯をぬりつぶし，解答してください。選択問題の解答は解いた順番に解答欄へ書いてもかまいません。ただし，３題以上解答した場合は採点されませんので，注意してください。問題６・７は，必須問題です。
7．電卓を使用することができます。
8．携帯電話は電源を切り，検定中に使用しないでください。
9．問題用紙に乱丁・落丁がありましたら検定監督官に申し出てください。
10．出題内容に関する事項を当協会の許可なくインターネットなどの不特定多数が閲覧できるような所に掲載することを固く禁じます。

下記の「個人情報の取扱い」についてご同意いただいたうえでご提出ください。

【このフォームでお預かりするすべての個人情報の取り扱いについて】

1．事業者の名称　　公益財団法人日本数学検定協会
2．個人情報保護管理者の職名，所属および連絡先
　管理者職名：個人情報保護管理者
　所属部署：事務局　事務局次長　　連絡先：03-5812-8340
3．個人情報の利用目的　　受検者情報の管理，採点，本人確認のため。
4．個人情報の第三者への提供　　団体窓口経由でお申込みの場合は，検定結果を通知するために，申し込み情報，氏名，受検階級，成績を，Web でのお知らせまたは FAX，送付，電子メール添付などにより，お申し込みもとの団体様に提供します。
5．個人情報取り扱いの委託　　前項利用目的の範囲に限って個人情報を外部に委託することがあります。
6．個人情報の開示等の請求　　ご本人様はご自身の個人情報の開示等に関して，下記の当協会お問い合わせ窓口に申し出ることができます。その際，当協会はご本人様を確認させていただいたうえで，合理的な対応を期間内にいたします。
　【問い合わせ窓口】
　公益財団法人日本数学検定協会　検定問い合わせ係
　〒110-0005 東京都台東区上野 5-1-1 文昌堂ビル６階
　TEL：03-5812-8340　電話問い合わせ時間 月～金 9:30-17:00
　（祝日・年末年始・当協会の休業日を除く）
7．個人情報を提供されることの任意性について
　ご本人様が当協会に個人情報を提供されるかどうかは任意によるものです。ただし正しい情報をいただけない場合，適切な対応ができない場合があります。

氏 名	
受検番号	－

公益財団法人
日本数学検定協会

〔準１級〕　　２次：数理技能検定

問題１．（選択）

すべての実数 k について

$$\tan a = k \quad かつ \quad -\frac{\pi}{2} < a < \frac{\pi}{2}$$

を満たす a の値はただ１つ存在します。この値を $T(k)$ とおくとき，次の問いに答えなさい。

（１）　x，y を実数とします。$xy \neq 1$ であるとき，$\tan\{T(x)+T(y)\}$ を，x，y の分数式で表しなさい。

（２）　１７０６年にイギリスの天文学者ジョン・マチンは，次の等式を発見しました。

$$4\,T\left(\frac{1}{5}\right) - T\left(\frac{1}{239}\right) = \frac{\pi}{4}$$

この発見により，円周率の（値の）精度が飛躍的に増したといわれています。この等式を証明しなさい。ただし，$-\frac{\pi}{2} < 4\,T\left(\frac{1}{5}\right) - T\left(\frac{1}{239}\right) < \frac{\pi}{2}$ であることは証明なしに用いてもかまいません。　　（証明技能）

問題２．（選択）

座標空間内に３点A（１，３，２），B（２，５，－２），C（t，１，－６）があります。
t が実数全体を動くとき，△ABCの面積の最小値とそのときの t の値を求めなさい。

問題３．（選択）

ある科学館には楕円の形をしたビリヤード台があります（図１）。一方の焦点の位置には球が置かれ，もう一方の焦点の位置には穴が開いています。球をまっすぐに打つと，どのような方向に打っても，必ず穴に入る仕組みになっています。

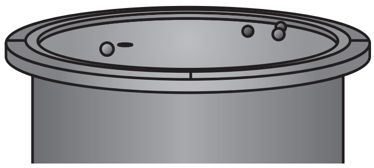

図１

このことを，xy 平面上において

$$\frac{x^2}{m^2}+\frac{y^2}{n^2}=1 \quad (m>n>0)$$

で表される楕円 C で確かめます。図２は，図１を真上から見たもので C 上の点M$(m\cos\theta,\ n\sin\theta)$ における接線を ℓ とするとき，次の問いに答えなさい。

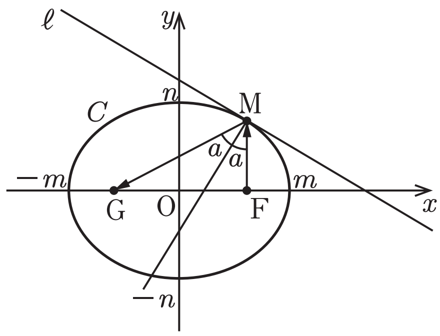

図２

（１）　ℓ の方程式を求めなさい。この問題は解法の過程を記述せずに答えだけを書いてください。

（２）　C の２つの焦点のうち，x 座標が正である点をＦとします。図２のように，点Ｆに球を置き，点Ｍに向かってまっすぐ球を転がすと，入射角と反射角が等しくなるようにはね返ります。入射角と反射角を $a\left(0<a<\frac{\pi}{2}\right)$ として，球がもう一方の焦点Ｇを通ることを証明しなさい。　　（証明技能）

問題４．（選択）

複素数平面上で，次の等式を満たす点 z の全体はどのような図形を表しますか。ただし，i は虚数単位を表します。

$$2|z+4i|=3|z-5-6i|$$

問題５．（選択）

４以上の整数 n について，$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, …，$\boxed{n}$ のカードがあります。この n 枚のカードを１枚ずつ，無作為にＡの箱，Ｂの箱のどちらか一方に入れます。すべてのカードを入れ終えた後のＡの箱，Ｂの箱に入っているカードに書かれた数の和をそれぞれ S, T とします。このとき，$S=T$ を満たすカードの入れ方が存在するかどうかは，n を４で割ったときの余りによって決定されます。

そこで，m を正の整数とし，$n=4m$，$n=4m+1$，$n=4m+2$，$n=4m+3$ のそれぞれの場合について $S=T$ を満たすカードの入れ方が存在するかどうかを調べなさい。

（整理技能）

問題６．（必須）

a，bを定数とします。このとき分数式

$$\frac{x}{a+\dfrac{1}{b+\dfrac{1}{x+1}}} \quad \cdots (*)$$

について，次の問いに答えなさい。

（１）　$(*)$が$x\,(\neq -1,\ 0)$の値によらず，つねに一定の値をとるように，a，bの値をそれぞれ定めなさい。また，このときの$(*)$の値を求めなさい。

（２）　$(*)$がxの２次式になるためのa，bに関する条件を求めなさい。また，この２次式について，定義域を実数全体としたときの最大値をbを用いて表しなさい。（表現技能）

問題７．（必須）

$0 \leqq x \leqq 2\pi$ で定義される関数 $f(x)=\sin x+\sqrt{3}\cos x+x$ について，次の問いに答えなさい。

（１） $f(x)$ の最大値と最小値をそれぞれ求めなさい。

（２） 曲線 $y=f(x)$ と x 軸，y 軸および直線 $x=2\pi$ で囲まれた図形を D とするとき，D を x 軸のまわりに１回転してできる立体の体積を求めなさい。 （測定技能）

数学検定